Entwicklung eines interaktiven Computer-Programms zur Analyse kostentheoretischer Erklärungsmodelle der Betriebswirtschaftslehre

Facharbeit von Andreas Brandl

Gymnasium Olching, Kolleg 2003 / 05

Leistungskurs „Wirtschaft und Recht“

Kursleiter: Hr. Claassen

Im Internet unter: http://facharbeit.andreas-brandl.de

Note / Punktzahl (einfache Wertung)

……… / ………

abgegeben am 28.01.2005

Ich erkläre hiermit, dass ich die Facharbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die im Quellenverzeichnis aufgeführten Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Olching, den 28. Januar 2005 ……………………………………………………………

Andreas Brandl

Inhaltsverzeichnis

A Einleitung

Thema der Facharbeit ist die Entwicklung eines Computer-Programms zur interaktiven Analyse der kostentheoretischen Erklärungsmodelle, die im Leistungskurs „Wirtschaft und Recht“ am Gymnasium in Bayern dargestellt werden. Maßgebend bei der Bewertung der Facharbeit soll das Programm selbst sein, weniger die schriftliche Ausführung.

Letztere gliedert sich in drei Teile und wird damit der thematischen Abgrenzung der Bereiche „BWL“, „Mathematik“ und „Informatik“ gerecht. Der „BWL“-Teil gibt im Wesentlichen die im Leistungskurs erarbeiteten Grundzüge kostentheoretischer Erklärungsmodelle wieder und soll als Grundlage zum Verständnis des Programms dienen. Der Teil „Mathematik“ beschäftigt sich kurz mit den nötigen mathematischen Kenntnissen zur Analyse von Kostenmodellen. Im letzten Teil, der sich mit der Umsetzung des Analyse-Programms beschäftigt, sollen einerseits ein grundlegender Einblick in die objektorientierte Programmiertechnik vermittelt werden sowie andererseits auf die programmtechnische Realisierung im vorliegenden Fall eingegangen werden.

Das Programm ist online zu finden unter http://facharbeit.andreas-brandl.de.

1. Kostentheorie in der Betriebswirtschaft[1,2]

1.1. Kostenbegriff

Güter und Dienstleistungen sind die Voraussetzungen für die Erstellung betrieblicher Leistungen. Der Güterverbrauch und der Dienstleistungsverbrauch werden im betrieblichen Rechnungswesen als Kosten bezeichnet. Diese stellen den in Geld ausgedrückten Werteverbrauch dar, der zur Erstellung betrieblicher Leistungen in einer bestimmten Periode anfällt.

Es werden Grund- und Zusatzkosten unterschieden. Grundkosten bezeichnen den Werteverbrauch, der direkt für die Erstellung betrieblicher Leistungen anfällt. Zusatzkosten hingegen sind Kosten, die zwar mit einkalkuliert werden müssen, jedoch nur indirekt mit der Erstellung betrieblicher Leistungen verbunden sind (z.B. Miete für Geschäftsräume, Unternehmerlohn).

1.2. Betriebliche Kosten

Unabhängig von der Höhe des Beschäftigungsgrades fallen für ein Unternehmen Kosten für Grundstücke, Kredite, Abschreibungen usw. an. Diese Kosten werden als Fixkosten (Kosten der Betriebsbereitschaft; Kürzel K_f) bezeichnet; sie fallen auch dann

[1] Vgl. Fricke, Rube, S. 86ff
[2] Vgl. Brombierstäudl, S. 43ff

an, wenn der Betrieb nicht produziert. Bei zunehmendem Beschäftigungsgrad (zunehmende Produktion) verteilen sich die fixen Kosten immer besser auf die steigende Anzahl der erzeugten Einheiten (Kostendegression).

Variable Kosten (Kürzel K_v) hingegen sind vom Beschäftigungsgrad abhängig. Sie steigen und fallen, wenn mehr bzw. weniger produziert wird. Zu den variablen Kosten zählen Kosten für Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe, Umsatzprovisionen, leistungsabhängige Fertigungslöhne (Akkordlöhne) und andere.

Die Summe aus Fixkosten und variablen Kosten wird als Gesamtkosten bezeichnet:

$$K = K_f + K_v$$

Dividiert man die Gesamtkosten durch die jeweils produzierte Menge, so erhält man die gesamten Stückkosten (Kürzel k). Sie sinken mit steigendem Beschäftigungsgrad, da die fixen Kosten sich auf mehr erzeugte Einheiten verteilen und die variablen Kosten pro Einheit konstant sind oder fallen (nicht bei überproportional steigendem Gesamtkostenverlauf).

Mehrkosten, die bei der Produktion der letzten zusätzlichen Produktionseinheit anfallen, bezeichnet man als Grenzkosten. Diese sind besonders für kurzfristige betriebswirtschaftliche Entscheidungen (wie für Preis- und Sortimentpolitik) von Bedeutung. Mathematisch betrachtet stellen die Grenzkosten die 1. Ableitung der Gesamtkostenfunktion dar (Kürzel K').

1.3. Kostentheoretische Erklärungsmodelle

Die betriebswirtschaftliche Kostenanalyse besteht grundlegend aus zwei verschiedenen Modellen:

- S-förmiger (ertragsgesetzlicher) Gesamtkostenverlauf
- Linearer Gesamtkostenverlauf

Beide Modelle sind mathematisch exakt beschrieben, stellen jedoch im Vergleich zur Praxis in einem Unternehmen nur eine vereinfachte Betrachtungsweise dar. Aufgrund dessen ist im Folgenden zu beachten, dass die Kostenverläufe einem Unternehmer in der Praxis nicht in dieser Genauigkeit vorliegen.

1.3.1. Ertragsgesetzlicher Gesamtkostenverlauf

Das Ertragsgesetz, ein Begriff aus der Volkswirtschaftslehre, besagt in einer allgemeinen Form, dass der „Mehreinsatz eines Produktionsmittels bei Konstanz der übrigen Produktionsfaktoren […] zuerst zunehmende Ertragszuwächse (Grenzerträge) [einbringt], von einer bestimmten Einsatzmenge an abnehmende und schließlich sogar negative Grenzerträge.“[3]

---

[3] Vgl. Wikipedia, Ertragsgesetz

„Ertragsgesetzliche“ Kostenverläufe sind also eine Kombination von zunächst degressivem und anschließend progressivem Gesamtkostenverlauf: Läuft die Produktion an, so steigen die variablen Kosten rasch. Wird die Produktion weiter ausgedehnt, profitiert der Betrieb durch Vorteile der Massenproduktion (z.B. Mengenrabatt beim Rohstoffkauf); der Anstieg der Gesamtkostenkurve wird flacher.

Bei weiterer Erhöhung der Produktion steigen die Gesamtkosten progressiv (bedingt durch Verschleiß der Maschinen, höhere Ausschussproduktion usw.).

Mathematisch betrachtet ist die Gesamtkostenkurve eines ertragsgesetzlichen Kostenverlaufes eine Funktion dritten Grades und wird wegen ihrer Form, die an ein liegendes „S“ erinnert, als s-förmige Gesamtkostenkurve bezeichnet:

$$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

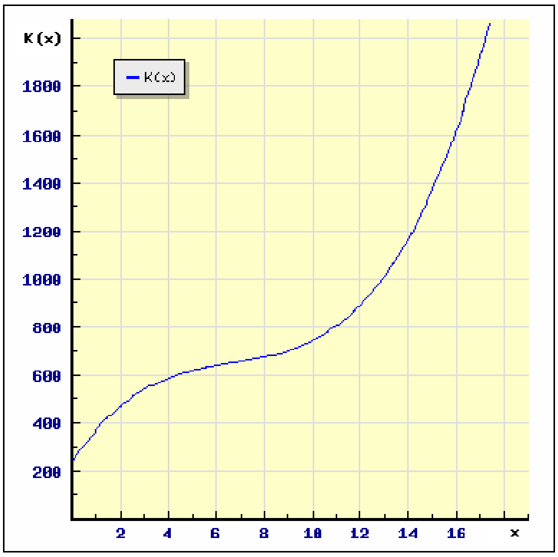

Abb. 1: Graph einer Kostenfunktion mit ertragsgesetzlichem Gesamtkostenverlauf

1.3.1.1. Kostenfunktionen und Ertragsfunktion

Aus der unter 1.3.1. definierten Gesamtkostenfunktion lassen sich weitere zur Analyse des Kostenverlaufs notwendige Funktionen ableiten:

Die Gesamtkosten setzen sich zusammen aus variablen Gesamtkosten (K_v) und fixen Gesamtkosten (K_f):

$$K_v(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$K_f(x) = d$$

Die totalen Stückkosten (k) bezeichnen den Betrag der Kosten pro Einheit und sind definiert durch:

$$k(x) = ax^2 + bx + c + d / x = K(x) / x$$

Sie setzen sich zusammen aus variablen Stückkosten (k_v) und fixen Stückkosten (k_f):

$$k_v(x) = ax^2 + bx + c$$

$$k_f(x) = d / x$$

Die Grenzkostenfunktion ist die 1. Ableitung der Gesamtkostenfunktion:

$$K' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Für die Analyse dieser Funktionen ist eine Ertragsfunktion notwendig, die sich aus Stückpreis und Absatzmenge ergibt:

$$E = px \qquad (p: Preis)$$

1.3.1.2. Kostenpunkte

Setzt man die unter 1.3.1.1. definierten Kostenfunktionen in Beziehung zu einer linearen Ertragsfunktion und berechnet zusätzlich die Extremwerte der Kostenkurven, so ergeben sich die für das Unternehmen bedeutsamen Kostenpunkte:

Die **Nutzenschwelle** (auch „Break-Even-Point“ genannt, i.F. mit Ns abgekürzt) stellt den ersten Schnittpunkt von Gesamtkostenkurve und Ertragskurve dar:

$K(x) = E(x)$ bzw. $K(x) – E(x) = 0$

oder $k(x) = E'(x) = p$

An diesem Punkt verlässt der Betrieb die Verlustzone und tritt in die Gewinnzone ein, da hier Kosten und Erlös gleich sind.

Aufgrund des Ertragsgesetzes gibt es analog zur Nutzenschwelle ebenfalls eine **Nutzengrenze** (i.F. mit Ng abgekürzt). Sie befindet sich am zweiten Schnittpunkt von Gesamtkostenkurve und Ertragskurve. An diesem Punkt verlässt der Betrieb die Gewinnzone und fährt bei Erweiterung der Produktion wieder Verluste ein.

Der Bereich zwischen Nutzenschwelle und –grenze wird als Gewinnlinse bezeichnet.

Ist der vertikale Abstand von Gesamtkostenkurve und Ertragskurve am größten, spricht man vom **Nutzen- oder Gewinnmaximum** (i.F. mit Nm abgekürzt). Das Nutzenmaximum liegt im Intervall (x_{Ns}; x_{Ng}) und kann mathematisch definiert werden:

$K'(x) = E'(x) = p$

oder $G'(x) = 0; G(x) = E(x) – K(x)$ (G: Gewinnfunktion)

An diesem Punkt erwirtschaftet der Betrieb den größten Gewinn.

Soll die Kapazität des Betriebes kostenoptimal genutzt werden, ist die Produktionsmenge des **Kostenoptimums** (i.F. abgekürzt mit Ko), das im Minimum der totalen Stückkostenkurve zu finden ist, ausschlaggebend:

$k'(x) = 0$

oder $k(x) = K'(x)$

An diesem Punkt ist jedoch das Nutzenmaximum noch nicht erreicht, da $p > K'(x)$.

Das Kostenoptimum bestimmt die langfristige Preisuntergrenze, so dass der Preis gerade so hoch ist, um die totalen Stückkosten zu decken. Der Betrieb arbeitet hier nicht nach dem Gewinnmaximierungsprinzip, sondern kostendeckend.

Das **Betriebsminimum** (i.F. mit Bm abgekürzt) definiert die absolute (kurzfristige) Preisuntergrenze und liegt im Minimum der variablen Stückkostenkurve:

$k'_v (x) = 0$

oder $k_v(x) = K'(x)$

Ist der Preis geringer als die variablen Stückkosten in ihrem Minimum, so werden nicht einmal diese erwirtschaftet. Bei Stilllegung des Betriebes ist der Verlust also geringer, als bei Produktion einer beliebigen Stückzahl.

1.3.2. Lineare Gesamtkostenfunktion

Unterstellt man ein konstantes Verhältnis der variablen Produktionskosten zur Ausbringungsmenge, so ergibt sich eine lineare Gesamtkostenfunktion, die sich aus den Fixkosten und proportional ansteigenden variablen Kosten zusammensetzt:

$$K = ax + b$$

Der Verlauf der Kostenkurve ist jeweils beschränkt durch die Kapazitätsgrenze des Betriebes; eine Ausdehnung der Produktion über diese Grenze hinaus ist nur durch Anschaffung neuer Betriebsmittel möglich.

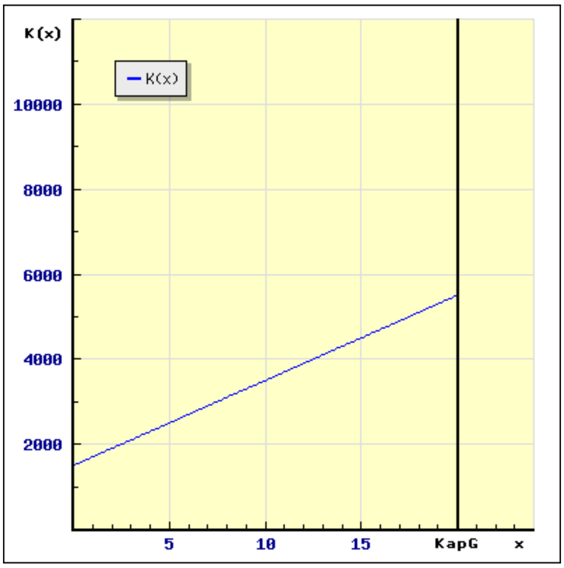

Abb. 2: Graph einer Kostenfunktion mit linearem Gesamtkostenverlauf

1.3.2.1. Kostenfunktionen und Ertragsfunktion

Im Folgenden sei nur eine tabellarische Übersicht der relevanten Funktionen gegeben, da sie auf den gleichen Überlegungen wie bei Kostenfunktionen des ertragsgesetzlichen Modells basieren.

Gesamtkosten	$K(x) = ax + b$
Variable Gesamtkosten	$K_v(x) = ax$
Fixe Gesamtkosten	$K_f(x) = b$
Totale Stückkosten	$k(x) = a + b / x$
Fixe Stückkosten	$k_f(x) = b / x$
Variable Stückkosten	$k_v(x) = a$
Grenzkosten	$K'(x) = a = k_v(x)$
Ertragsfunktion	$E(x) = px$

1.3.2.2. Kostenpunkte

Analog zu den Kostenpunkten bei ertragsgesetzlichem Gesamtkostenverlauf befindet sich die Nutzenschwelle am Schnittpunkt zwischen Gesamtkostenkurve und Ertragskurve ($K(x) = E(x)$). Eine Nutzengrenze existiert nicht, da aufgrund des linearen Gesamtkostenverlaufs kein zweiter Schnittpunkt vorhanden ist.

Das Nutzenmaximum wird an der Kapazitätsgrenze erreicht.

Aufgrund des degressiven Verlaufs der Stückkostenkurve liegt das Kostenoptimum immer an der Kapazitätsgrenze (langfristige Preisuntergrenze).
Das Betriebsminimum als Minimum der variablen Stückkostenkurve existiert nicht, da diese parallel zur x-Achse verläuft.

2. Mathematische Grundlagen zur Analyse von Kostenfunktionen

Zur Berechnung der oben definierten Kostenpunkte sind mathematische Grundlagen notwendig. Diese werden im Folgenden kurz aufgezeigt.

2.1. Differentialrechnung

Zur Berechnung der Extremwerte der Kostenfunktionen und Erstellen der Grenzkostenfunktion sind Grundkenntnisse der Differentialrechnung erforderlich. Diese werden hier jedoch nicht näher beschrieben und seien nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

2.2. Reduktion des Problems auf Nullstellenberechnung von Polynomen

Gleichungen zur Ermittlung eines Kostenpunktes wie beispielsweise Ns oder Ng jeweils definiert durch

$$K(x) = E(x),$$

können so umformuliert werden, dass nur noch die Nullstellen eines Polynoms dritten oder zweiten Grades berechnet werden müssen:

$$K(x) - E(x) = 0; K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d; E(x) = px$$

also $ax^3 + bx^2 + (c - p)x + d = 0$

2.2.1. Lösung von Polynomen zweiten Grades, Lösungsformel

Für Polynome zweiten Grades in der Form

$$F(x) = ax^2 + bx + c$$

existiert eine exakte Lösungsformel. [4]

2.2.2. Lösung von Polynomen dritten Grades, Cardanische Formel

Für Polynome dritten Grades in der Form

$$F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

existiert ebenfalls eine exakte Lösungsformel, die sog. „Cardanische Formel“[5] (benannt nach dem Mailänder Arzt und Mathematiker Girolamo Cardano, 1501 – 1576). Da für

[4] Vgl. Barth, Mühlbauer, Nikol, Wörle, S. 18
[5] Vgl. Bronstein, Semendjajew, S. 117f

die Analyse der Kostenfunktion ausschließlich reelle Zahlen von Interesse sind, wird auf die Berechnung der komplexen Lösungen der Cardanischen Formel verzichtet.

3. Informatik: Realisierung des Analyseprogramms

Vor Beginn der Entwicklung des Programms sind noch gewisse Vorüberlegungen zur Vorgehensweise notwendig.

3.1. Vorgaben

Das Programm soll jedem Benutzer auf einfachem Wege zugänglich gemacht werden. Die Bedienung soll so einfach wie möglich sein; die Auswertung der Analyse erfolgt rechnerisch wie grafisch.

3.2. Eingesetzte Technik

Mittel der Wahl, um das Programm einfach zugänglich zu halten, ist das Internet, damit also die Installation auf einem Webserver, im konkreten Fall auf einem Apache-Webserver[6] auf einem Debian[7]-Betriebssystem.

Die Analyse-Algorithmen bedienen sich der serverseitigen Scriptsprache PHP[8] in Version 5.0.3 (cgi). Die grafische Ausgabe erfolgt mittels der JPGraph-PHP-Bibliothek[9] in Version 2.0alpha für PHP 5. Um die Trennung von Design und Code (und damit eine einfache Pflege beider Teile) zu ermöglichen, wird auf das Templatesystem „HTML_TEMPLATE_IT" aus PEAR[10] („PHP Extension and Application Repository") zurückgegriffen. Die Templates liegen als HTML-Dokumente vor; zur Formatierung werden CSS („Cascading Style Sheets") verwendet.

3.3. Objektorientierung, Abstraktion, polymorphe Klassen

Sämtlicher für die Analyse relevanter Code wird objekt-orientiert programmiert, so dass dieser öfters verwendet, leicht gepflegt und dokumentiert werden kann.

Die Klasse „Math_Calc" enthält dabei grundlegende Algorithmen zur Differentialrechnung sowie Nullstellenberechnung von Polynomen. Der Zugriff auf diese Klasse wird über die Klasse „Math_Interface" gesteuert, die mit „Math_Calc" interagiert und die Datenstrukturen vereinfacht zurück gibt sowie eine einfache Übergabe der Parameter ermöglicht.

Die zweite grundlegende Klasse „BWL" behandelt sämtliche kostentheoretische Problemstellungen. So werden hier die zur Analyse notwendigen Polynome errechnet.

---

[6] s.a. http://httpd.apache.org
[7] s.a. http://www.debian.org
[8] s.a. http://de.php.net
[9] s.a. http://www.aditus.nu/jpgraph
[10] s.a. http://pear.php.net/package/HTML_Template_IT

Die Lösungen der Polynome werden unter Verwendung von „Math_Interface“ berechnet; die Ergebnisse in der Datenstruktur der „BWL“-Klasse gespeichert.
Da zwei Modelle (linearer und ertragsgesetzlicher Kostenverlauf) analysiert werden müssen, die sich nur in der Definition der Kostenpunkte nicht aber in der Vorgehensweise der Analyse unterscheiden, bietet sich die Trennung dieser Modelle in separate Klassen an. So behandelt die Klasse „BWL_L“ das Modell mit linearem Kostenverlauf; die Klasse „BWL_S“ behandelt den ertragsgesetzlichen Kostenverlauf. Beide Klassen implementieren das Interface „BWL_Classes“, um sicherzustellen, dass dieselben Methoden (mit denselben Parametern) in beiden Klassen zur Verfügung stehen (polymorphe Klassen[11]). Bei der Entwicklung wird auf eine identische Datenstruktur der Ergebnisse geachtet.
Das sog. „Fabrikmuster“ der Klasse „BWL“ entscheidet anhand der übergebenen Kostenfunktion, welches Kostenmodell analysiert werden soll und gibt ein Objekt der passenden Klasse („BWL_L“ bzw. „BWL_S“) zurück.
Die Klasse „BWL_Interface“ stellt analog zur Klasse „Math_Interface“ eine steuernde Klasse dar, über die der einfache Zugriff auf die Klasse „BWL“ ermöglicht wird.
Neben der „BWL_Interface“-Klasse existiert ein weiteres Interface „BWL_Graphic_Interface“, das die Klasse „BWL_Interface“ beerbt und zusätzlich Methoden zur Skalierung der Diagramme sowie Datenübergabe an JPGraph bereitstellt.

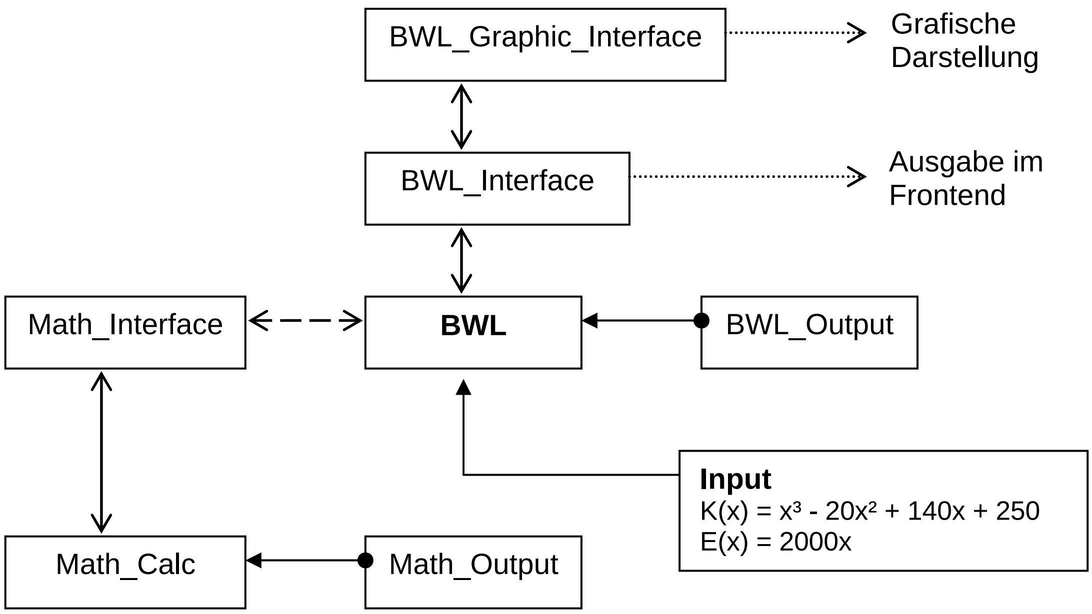

Abb. 10: Klassenhierarchien

[11] Vgl. Georg Schlossnagle, S. 69

Die Klasse „Math_Output“ hält Funktionen zur Formatierung der Polynom-Zeichenketten bereit. „BWL_Output“ definiert die verwendeten Kürzel der Kostenpunkte und –funktionen und gibt deren Namen zurück.

3.4. Reduzierung einer Funktion auf Koeffizienten

Da sämtliche Polynome auf Ihre Nullform gebracht werden können, bietet es sich an, nur ihre Koeffizienten zu verarbeiten, da für die Lösungsformel für lineare und quadratische Gleichungen sowie für die Cardanische Formel ausschließlich die Koeffizienten der Polynome in Nullform gebraucht werden.
So wird die Kostenfunktion (hier ertragsgesetzlicher Verlauf) in einem assoziativen Array gespeichert:

$$F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

```
Array("a" => $a, "b" => $b, "c" => $c, "d" => $d);
```

Dieses Prinzip soll an einem Beispiel veranschaulicht werden. Das Kostenoptimum liegt genau am Schnittpunkt zwischen der Grenzkostenkurve und der totalen Stückkostenkurve:

$$K' = k$$

also $2ax^3 + bx^2 + 0x – d = 0$

Das entsprechende Array, das die Koeffizienten dieses Polynoms speichert, sieht wie folgt aus:

```
Array("a" => 2*$a, "b" => $b, "c" => 0, "d" => -$d);
```

Die Klasse “Math_Calc” berechnet aus diesem Array die Nullstellen.

3.5. Nullstellenberechnung

Die Klasse „Math_Calc“ beinhaltet eine Methode zur Berechnung von Nullstellen für Polynome bis einschließlich dritten Grades. Sie entscheidet anhand des Grades des Polynoms, welcher Algorithmus verwendet wird. Zur Lösung der bekannten Lösungsformeln sind nur die Koeffizienten der zu berechnenden Funktion nötig.
Das Verfahren lässt sich am einfachsten Fall (Nullstellen einer linearen Funktion) leicht verdeutlichen. Es soll die Lösung der Funktion

$$ax + b = 0$$

berechnet werden. Dazu ist nur eine Umstellung „nach x“ erforderlich:

$$x = -b / a; \qquad a \neq 0$$

Der entsprechende „Algorithmus“ dazu:

```
$aReturn[] = - $b / $a;
```

Analog dazu wird bei Polynomen zweiten und dritten Grades verfahren, mit dem Unterschied, dass die Algorithmen deutlich länger sind.

3.6. Differentiation

Die Klasse „Math_Calc" berechnet die erste bis dritte Ableitung (sofern vorhanden) einer Funktion anhand der Koeffizienten der abzuleitenden Funktion, sowie deren Grades.

An einem Beispiel verdeutlicht heißt das:

$F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

```
Array("a" => $a, "b" => $b, "c" => $c, "d" => $d);
```

```
1. Ableitung:
```

$F'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

```
Array("a" => 3*$a, "b" => 2*$b, "c" => $c, "d" => 0);
```

Die Ableitungsfunktionen bzw. deren Koeffizienten werden wiederum nach der oben beschriebenen Systematik in Arrays abgespeichert und zurückgegeben. Der Grad der jeweiligen Ableitungsfunktion wird ebenfalls bestimmt und separat abgespeichert.

3.7. Grafische Ausgabe

Die grafische Ausgabe (Gesamt- und Stückbetrachtung) erfolgt mit Hilfe der objektorientierten PHP-Bibliothek JPGraph, die unter der QPL[12] lizenziert ist (Open Source). Die Klasse „FuncGenerator" nimmt eine Funktion als Zeichenkette entgegen und berechnet selbstständig eine große Anzahl von Koordinaten des Graphen. Eine Anpassung der Klasse stellt sicher, dass der Graph nicht im negativen Bereich angezeigt wird. Der Graph wird in einem Koordinatensystem als Bild ausgegeben, das mit Hilfe der GD-Library[13], einer PHP-Erweiterung zur Bearbeitung von Grafiken, erstellt wird.

Um das Koordinatensystem so zu skalieren, dass alle relevanten Punkte angezeigt werden, müssen Maximalwerte für die X- und Y-Achse bestimmt werden. Dies übernimmt die Klasse „BWL_Graphic_Interface", die anhand der vorhandenen Kostenpunkte abschätzt, wie groß der Graph mindestens sein muss. Sind die zur Abschätzung verwendeten Kostenpunkte nicht berechenbar, ergeben sich hierbei Schwierigkeiten, die sich in einer zu großen Skalierung des Graphen zeigen. Beispielsweise werden bei ertragsgesetzlichem Kostenverlauf die Nutzengrenze betrachtet und anhand deren Koordinaten die Höhe und Breite des Koordinatensystems berechnet. Ist keine Nutzengrenze vorhanden, wird das Kostenoptimum betrachtet, das in etwa in der Mitte des Koordinatensystems liegen soll.

[12] s.a. http://www.trolltech.com/licenses/qpl.html
[13] s.a. http://www.boutell.com/gd

X Anhang

Anhang 1: Quellenverzeichnis

[1] Fricke, Rube, „Betriebswirtschaftslehre“, BSV, 2001, S. 86ff

[2] Brombierstäudl, „Abitur-Wissen Betriebswirtschaft“, Stark, 2002, S. 43ff

[3] http://de.wikipedia.org/Ertragsgesetz, 24.01.05 (s.a. Anhang 2)

[4] Barth, Mühlbauer, Nikol, Wörle, „Mathematische Formeln und Definitionen“, BSV, 1998, S. 18

[5] Bronstein, Semendjajew, „Taschenbuch der Mathematik“, Verlag Harri Deutsch, 1960, S. 117f

[11] Georg Schlossnagle, „Professionelle PHP 5-Programmierung“, Addison-Wesley, 2005, S. 69

Die in den Fußnoten 6 bis 10 und 12, 13 angegebenen Links dienen nur als Informationsquelle für das jeweilige Projekt, System oder die jeweilige Programmsprache.

Ertragsgesetz

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Das **Ertragsgesetz** (auch: *Gesetz vom abnehmenden Ertragszuwachs*) ist eine Theorie aus der Volkswirtschaftslehre. Es beschäftigt sich mit der Frage, wie sich die Effizienz eines Wertschöpfungsprozesses entwickelt, wenn nur ein variabler Produktionsfaktor erhöht wird, die anderen aber gleich bleiben. Das klassische Ertragsgesetz gilt als älteste Produktionsfunktion. Als seine Entdecker gelten unabhängig voneinander Turgot, Steuart und Johann Heinrich von Thünen.

In der diagrammatischen Darstellung erinnert es an die Gestalt eines nach rechts geneigten S. In der Betriebswirtschaftslehre ist der Verlauf als *Produktionsfunktion vom Typ A* bekannt. Der Mehreinsatz eines Produktionsmittels bei Konstanz der übrigen Produktionsfaktoren bringt zuerst zunehmende Ertragszuwächse (Grenzerträge), von einer bestimmten Einsatzmenge an abnehmende und schließlich sogar negative Grenzerträge.

Plausibilität besitzt das klassische Ertragsgesetz über seinen gesamten Verlauf (eigentlich nur) für landwirtschaftliche Produktionsprozesse bei partieller Faktorvariation. Gleichwohl wird es ebenso als Ertragskurve bei totaler Faktorvariation und für andere Produktionsprozesse herangezogen. Der Grund dafür ist sein hohes didaktisches Potential, da es sowohl Bereiche zu- als auch abnehmender Grenzerträge aufweist. Die Stelle des Wechsels von zu- auf abnehmende Grenzerträge (Wendepunkt) heißt Schwelle des Ertragsgesetzes, da ab diesem Punkt das Gesetz von den abnehmenden Ertragszuwächsen gilt. Mit dem Wendepunkt korrespondiert das Minimum der Grenzkosten, das ebenfalls als Schwelle des Ertragsgesetzes bezeichnet wird. Beim klassischen Ertragsgesetz besitzen die durchschnittlichen Erträge ein Maximum, wo die Produktionselastizität eins ist, d.h. die Grenzerträge gleich den Durchschnittserträgen sind.

In der Landwirtschaft lässt sich das Gesetz am Beispiel der Verwendung von Dünger aufzeigen: Durch den sich fortlaufend gesteigerten Gebrauch von Düngemitteln (bei sonst gleich bleibenden Ressourcen, also zum Beispiel gleichbleibende Fläche) wächst der Ertrag, doch ist der Ertragszuwachs an einem bestimmten Punkt nicht mehr so groß und stagniert dann. Schließlich wird der Gesamtertrag sogar gemindert (ein ultimativer Einsatz von Düngemitteln könnte den Ertrag unter ein Niveau führen, das ohne Düngemittel erreicht worden wäre). Ähnliche Beobachtungen können auch bei den Faktoren Wärme und Wasser gemacht werden.

Diese Beobachtungen gehen auf Eilhard Albert Mitscherlich zurück, der *Das Gesetz vom Minimum und das Gesetz des abnehmenden Bodenertrages* mit entsprechenden Verlaufsdiagrammen im Jahre 1909 publizierte.

Am Beispiel der industriellen Produktion oder in der Verwaltung lässt sich das Gesetz auf den gesteigerten Einsatz von Personal bei sonst gleichbleibenden Rahmenbedingungen ebenfalls beobachten: Je größer die Anzahl von Mitarbeitern ist, desto größer ist der Kommunikations- und Abstimmungsbedarf. Es können jedoch Situationen erreicht werden, wo sich Mitarbeiter gegenseitig nur noch im Weg stehen oder sich demotivieren. Mehr bewegt wird allein durch die Personalvermehrung also nicht. Ein Staat, der seine Wirtschaft zentralistisch steuert und Arbeitnehmer den Produktionanlagen zuteilt, um so das Problem der Arbeitslosigkeit zu vermeiden, kann seine Produktivität auf diese Art kaum steigern.

Das klassische Ertragsgesetz ist nicht notwendig für die Begründung eines (kurzfristigen) ertragsgesetzlichen Kostenverlaufs, der zu u-förmigen Durchschnittskostenverläufen führt. Diese können auch bei durchgängig abnehmenden Ertragszuwächsen als Folge des Zusammenspiels von steigenden Grenz- und sinkenden durchschnittlichen Fixkosten auftreten.